

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:

Prova completa e recupero II parte di Matematica Generale (CdL. EF)
Dott. Giovanni Masala – 21 luglio 2015



Domanda 1 (punti 2).

Determinare l'insieme di definizione, la positività e l'intersezione con gli assi della funzione:

$$f(x) = \log \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2}$$

Dominio	$E = (-\infty, 2) \cup (3, +\infty) \setminus \{0\}$
Positività	$P = (-\infty, 6/5) \setminus \{0\}$
Intersezioni	$A(6/5; 0)$

Domanda 2 (punti 3).

Studiare la crescita e gli estremi relativi della funzione: $f(x) = x^2 + \log(2x + 3)$

Derivata prima	$f' = \frac{2(x+1) \cdot (2x+1)}{2x+3} \quad E = (-3/2, +\infty)$
Estremi	$M(-1; 1) \quad m(-1/2; \log 2 + 1/4)$ decresce in $(-1, -1/2)$

Domanda 3 (punti 3).

Studiare la concavità e i flessi della funzione: $f(x) = x \cdot e^{2x+4}$

Derivata prima	$f' = (1 + 2x) \cdot e^{2x+4} \quad E = \mathbb{R}$
Derivata seconda	$f'' = 4(1 + x) \cdot e^{2x+4}$
Insieme di convessità Flessi	$F(-1; -e^2) \quad \text{convessa in } (-1, +\infty)$

Domanda 4 (punti 2).

Determinare gli asintoti della funzione:

$$f(x) = \frac{5x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 2}{(x^2 - 6x + 5) \cdot (x - 3)}$$

Dominio	$E = \mathbb{R} / \{1, 3, 5\}$
As. verticali	$x = 1, x = 3, x = 5$
As. obliqui oppure orizzontali	$y = 5x + 41$

Domande teoriche

- 1) Il teorema di Lagrange con esempio (punti 3)
- 2) Definizione di derivata e significato geometrico (punti 3)

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:



Domanda 5 (punti 3, 6*).

Risolvere i seguenti integrali (per sostituzione e per parti, rispettivamente):

$$\int_0^3 \left(\frac{3x+9}{4x+8} \right) dx \quad \text{e} \quad \int (1+x^3) \cdot \log x \, dx$$

Integrale definito	primitiva: $\frac{3}{4}(x+2+\log(4x+8))$ $\frac{3}{4}(3+\log(5/2)) \approx 2,94$
Integrale indefinito	$-\frac{1}{16}x \cdot (16+x^3) + \left(x + \frac{1}{4}x^4\right) \cdot \log x + c$

Domanda 6 (punti 3, 6*). Discutere la compatibilità del sistema seguente in funzione del parametro reale k e determinarne le eventuali soluzioni.

$$\begin{cases} x + k \cdot y + 7z = 2 \\ k \cdot x - 2y + 4z = 3 \\ 3x - 2y + z = k \end{cases}$$

Compatibilità	$k = -8; 6$: incompatibile $k \neq -8; 6$: sol. unica
Soluzioni	$x = \frac{-4k^2 - 11k + 30}{k^2 + 2k - 48}; y = \frac{-7k^2 + 6k + 36}{k^2 + 2k - 48}; z = \frac{k^3 - 3k - 18}{k^2 + 2k - 48}$

Domanda 7 (punti 4, 8*). Data la funzione $z = f(x, y) = x^2 - 4x \cdot y + 6y^2 - 2x + 6y + 4$, determinare gli eventuali estremi liberi e gli estremi vincolati sotto il vincolo $g(x, y) = 2x - 8y = 1$

Derivate parziali	$f_x = 2x - 4y - 2 \quad f_y = -4x + 12y + 6$
Estremi liberi	$m(0; -1/2) \quad z = 5/2 \quad H = 8$
Estremi vincolati	$m(1/2; 0) \quad \lambda = -1/2 \quad z = 13/4$ $H = -48$

Domande teoriche.

- 3) Il teorema di Barrow-Torricelli con dimostrazione (punti 4, 4*)
- 4) Rango di una matrice (punti 3*)
- 5) Definizione e ricerca degli estremi vincolati (punti 3*)

Domande teoriche: 1, 2, 3 per la prova completa; 3, 4, 5 per il recupero della II parte.
 Punteggi II parte contrassegnati con *.